

Πρώτη
Επιλογή



ΣΥΓΧΡΟΝΟ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε.

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')

**ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 30 ΜΑΪΟΥ 2014 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α.

A.1. σελ 30 σχολικού βιβλίου (απόδειξη)

A.2. σελ 13 σχολικού βιβλίου (ορισμός)

A.3. σελ 59 σχολικού βιβλίου (θεωρία)

A.4. α.) Σ

β.) Λ

γ.) Λ

δ.) Λ

ε.) Σ



Θέμα Β.

B.1 $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = V \Leftrightarrow V = 12 + 8 + 14 + 6 \Leftrightarrow V = 40$

B.2.

Κλάσεις	x_i	V_i	f_i	$x_i \cdot V_i$
[2,4)	3	12	0,3	36
[4,6)	5	8	0,2	40
[6,8)	7	14	0,35	98
[8,10)	9	6	0,15	54
Σύνολο	-	40	1	228

$f_1 = \frac{V_1}{V} \Leftrightarrow f_1 = \frac{12}{40} \Leftrightarrow f_1 = 0,3$

$f_2 = \frac{V_2}{V} \Leftrightarrow f_2 = \frac{8}{40} \Leftrightarrow f_2 = 0,2$

$f_3 = \frac{V_3}{V} \Leftrightarrow f_3 = \frac{14}{40} \Leftrightarrow f_3 = 0,35$

$f_4 = \frac{V_4}{V} \Leftrightarrow f_4 = \frac{6}{40} \Leftrightarrow f_4 = 0,15$

B.3 α) $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot V_i}{V} \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{228}{40} \Leftrightarrow \bar{x} = 5,7$

β) Το πλήθος των πωλητών που έκαναν τουλάχιστον 4,5 χιλιάδες ευρώ είναι : $\frac{3}{4} V_2 + V_3 + V_4 = \frac{3}{4} \cdot 8 + 14 + 6 = 26$ άτομα



Θέμα Γ.

Γ.1. $P(K) = x_1$
 $P(A) = x_2$

$$F(x) = 4x^3 - \frac{7}{2}x^2 + x - 1 \quad x_1 < x_2$$

$$F'(x) = 12x^2 - 7x + 1$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$\Delta = 49 - 4 \cdot 12 \cdot 1 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{24} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{1}{4}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$F'(x)$	+	○	○	+
$F(x)$		↗	↘	↗
		T.M.	T.E.	

$$P(K) = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$A \cup K \cup \Pi = \Omega$ είναι ανά δύο ξένα μεταξύ τους $P(A) + P(K) + P(\Pi) = 1$ άρα $P(\Pi) = \frac{5}{12}$

Γ.2. $P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$

$$P(\Delta) = P[(K \cup A)'] = 1 - P(K \cup A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$P(E) = P(A \cup \Pi') = P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi') = P(A) + 1 - P(\Pi) - (P(A) - P(A \cap \Pi)) =$$

$$1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$



$$\Gamma.3. \quad P(\Pi) = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{x}{N(\Omega)} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow 12x = 5N(\Omega) \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{5N(\Omega)}{12}} \quad (1)$$

Έστω x οι πράσινες μπάλες, άρα $x-4$ οι άσπρες.

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{x-4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(\Omega) = 3x-12 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} N(\Omega) = 3 \frac{5N(\Omega)}{12} - 12 \Leftrightarrow$$

$$N(\Omega) = \frac{5N(\Omega)}{4} - 12$$

$$4N(\Omega) = 5N(\Omega) - 48$$

$$N(\Omega) = 48 \quad (2)$$

Άρα στο δοχείο υπάρχουν 48 μπάλες.

Θέμα Δ.

Δ.1. Έστω y η άλλη πλευρά, τότε :

$$\Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow 20 = 2x + 2y \Leftrightarrow x+y=10 \Leftrightarrow y=10-x$$

Η επιφάνεια του κουτιού είναι :

$$E = x \cdot y + 2 \cdot (5 \cdot y) + 2(x \cdot 5)$$

$$E = x \cdot (10-x) + 10 \cdot (10-x) + 10x$$

$$E = 10x - x^2 + 100 - 10x + 10x$$

$$E = -x^2 + 10x + 100$$

Άρα $E(x) = -x^2 + 10x + 100$ με $x \in (0, 10)$



$$E'(x) = -2x + 10$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

x	0	5	10
E'(x)	+	○	-
E(x)	↗		↘

Στο $x_0 = 5$ παρουσιάζει
μέγιστο το $E(5) = 125 \text{ dm}^2$

Δ.2. α.) $CV > 0,1$

$$\bar{x} = 8 \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i}{V} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{15} x_i = 8 \cdot 15 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{15} x_i = 120 \quad (1)$$

$$2S^2 - 5S + 2 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma \Leftrightarrow \Delta = 25 - 16 = 9$$

$$S_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2}, \quad S_2 = 2$$

$$\text{Το } CV > 0,1 \Leftrightarrow \frac{S}{\bar{x}} > 0,1 \Leftrightarrow S > 0,8 \Leftrightarrow \boxed{S=2}$$

β.) Η μέση τιμή των x_i^2 είναι $\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i^2}{15}$

$$\text{Το } S^2 = \frac{1}{15} \left[\sum_{i=1}^{15} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{15} x_i \right)^2}{15} \right] \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} 4 \cdot 15 = \sum_{i=1}^{15} x_i^2 - \frac{(120)^2}{15} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 1020$$

$$\text{Οπότε } \bar{x}' = \frac{1020}{15} \Leftrightarrow \bar{x}' = 68$$

Δ.3. $y_i > -4x_i + 9R + 1$

Αφού $5 = x_1 < x_2 < \dots < x_{15} = 9$ και στο διάστημα $[5, 10]$ η E είναι γνησίως φθίνουσα τότε :

$$E(x_1) > E(x_2) > \dots > E(x_{15})$$

Οπότε :

$$R = E(x_1) - E(x_{15})$$

$$R = E(5) - E(9)$$

$$R = 125 - 109$$

$$R = 16$$

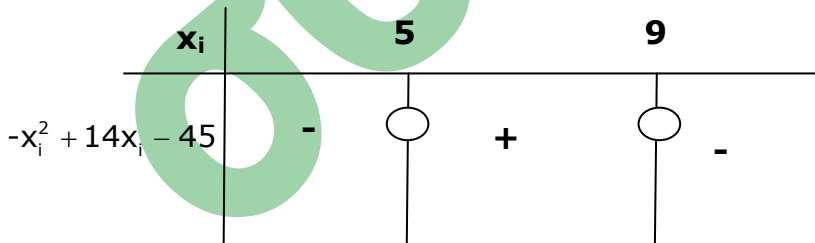
Οπότε :

$$y_i > -4x_i + 9R + 1 \Leftrightarrow$$

$$E(x_i) > -4x_i + 145 \Leftrightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 + 4x_i - 145 > 0 \Leftrightarrow$$

$$-x_i^2 + 14x_i - 45 > 0$$

$$\Delta = 16 \text{ οπότε } x_i = 5 \text{ ή } x_i = 9$$



$$E(5) = 125 \text{ dm}^2 \text{ από Δ.1.}$$

$$E(9) = -81 + 90 + 100 = 109 \text{ dm}^2$$



Άρα $x_i \in (5,9)$

Άρα $B = \{(x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_{14}, y_{14})\}$

$N(B) = 13$

Άρα $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}$

Επιμέλεια Απαντήσεων : Ανδριώτης Δημήτρης

Διακοηλίας Κων/νος

Δελή Κατερίνα